التقدير

سوف تتعرف طريقتين تساعدان على ايجاد قيم تقديرية لبعض معالم مجتمع معين:

(١-١-١) التقدير بنقطة

التقدير بنقطة

هي قيمة وحيدة محسوبة من العينة تستخدم لتقدير معلمة مجهولة من معالم المجتمع.

فمثلاً المتوسط الحسابي للعينة العشوائية س يستخدم كتقدير بنقطة للمتوسط الحساب للمجتمع μ، وكذلك الانحراف المعياري للعينة ع يستخدم كتقدير بنقطة للانحراف المعياري للمجتمع σ.

المعلمة (Parameter):

هي ثابت بصف المجتمع أو يصف توزيع المجتمع كالمتوسط الحسابي μ أو الانحراف المعياري σ .

الإحصاء (Statistic Function):

الانحراف المعياري σ:

هو اقتران تتعين قيمته من العينة كالمتوسط الحسابي $\bar{س}$ أو الانحراف المعياري ع .

تقدير المعلمة (Parameter Estimate):

هو إحصاء تعتمد على قيم العينة وتعكس قيمة قريبة لمعلمة المجتمع ككل وتوزيعه

حاول أن تحل

(١) تبين البيانات التالية درجات ٤٠ طالباً في مادة الرياضيات حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة. ١٦، ١٥، ١٤، ١٧، ١٨، ١٩، ١٧، ١٥، ١٤، ١٣، ١٢، ١٣، ٩، ١٠، ١٢، ١٤، ٨، ١٦، ١٩، ٧، ١٤، ١٦، ١٥، ١٨، ١٠، ١١، ٩، ٨، ١٥، ١٢، ١٩، ١٤، ١٠، ١١، ١٥، ١٦، ١٤، ١٧، ١٨، ١٦ استخدم هذه العينة لقيم الدرجات لتوجد التقدير بنقطة للمتوسط الحساب للمجتمع μ الذي أخذت منه هذه العينة.

الحل

$$\bar{س} = \frac{\sum س}{ن}$$

$$\bar{س} = \frac{٥٥٦}{٤٠} = ١٣,٩$$

∴ القيمة التقديرية للمتوسط الحسابي μ = ١٣,٩

67696809

(١-١-ب) التقدير بفترة الثقة

فترة الثقة

تعريف فترة الثقة:

هي فترة طرفاها متغيران عشوائيان (أي أنها فترة عشوائية) تستخدم لتقدير إحدى معالم المجتمع.
وهذه الفترة تحوي إحدى معالم المجتمع بنسبة معينة تسمى مستوى الثقة،
فمثلاً إذا كان مستوى الثقة ٩٥% فإن نسبة الخطأ في التقدير تكن ٥%

يرمز لمستوى الثقة بالرمز ١٠٠٪ $(1-\alpha)$ حيث $(1-\alpha)$ هو معامل مستوى الثقة في التقدير.

α هي نسبة الخطأ. (مستوى المعنوية)

القيمة الحرجة: تسمى القيمة الموجبة $ن_{\frac{\alpha}{2}}$ بالقيمة الحرجة (Critical Value)

مثال (٢) أوجد القيمة الحرجة $ن_{\frac{\alpha}{2}}$ المناظرة لمستوى ثقة ٩٥٪ باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

الحل

∵ مستوى الثقة هو ٩٥٪

∴ $1-\alpha$ = ٠,٩٥

∴ $\frac{1-\alpha}{2} = \frac{٠,٩٥}{2}$ = ٠,٤٧٥ (يجب ان تكون الارقام مكونة من ٤ منازل عشرية)

نبحث في جدول التوزيع الطبيعي المعياري نضيف أصفار عند الحاجة

عن قيمة ن المناظر للعدد ٠,٤٧٥٠ فنجد $ن_{\frac{\alpha}{2}}$ = $ن_{٠,٤٧٥٠}$ = ١,٩٦

حاول أن تحل ② أوجد القيمة الحرجة $ن_{\frac{\alpha}{2}}$ المناظرة لمستوى ثقة ٩٧٪ باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري

الحل

∵ مستوى الثقة هو ٩٧٪

∴ $1-\alpha$ = ٠,٩٧

∴ $\frac{1-\alpha}{2} = \frac{٠,٩٧}{2}$ = ٠,٤٨٥٠

المناظرة للعدد ٠,٤٨٥٠

∴ $ن_{\frac{\alpha}{2}}$ = ٠,٤٨٥٠ = ٢,١٧

نبحث في جدول عن قيمة ن

مثال (٣) أوجد القيمة الحرجة $ن_{\frac{\alpha}{2}}$ المناظرة لمستوى ثقة ٩٠٪ باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري

الحل

∵ مستوى الثقة هو ٩٠٪

∴ $1-\alpha$ = ٠,٩٠

∴ $\frac{1-\alpha}{2} = \frac{٠,٩٠}{2}$ = ٠,٤٥

نبحث في جدول التوزيع عن قيمة ٠,٤٥٠٠ فنجدها تقع بين القيمتين ٠,٤٤٩٥ ، ٠,٤٥٠٥ أي أن $ن_{\frac{\alpha}{2}}$ تقع بين ١,٦٤ ، ١,٦٥ لذا نأخذ المتوسط الحسابي للقيمتين ١,٦٤ ، ١,٦٥ كتقدير لقيمة $ن_{\frac{\alpha}{2}}$

∴ $ن_{\frac{\alpha}{2}}$ = $\frac{١,٦٤+١,٦٥}{2} = \frac{٣,٢٩}{2}$

$ن_{\frac{\alpha}{2}}$ = ١,٦٤٥

Scan Me

smartstudent.live

حاول أن تحل ③ أوجد القيمة الحرجة $ن_{\frac{a}{٢}}$ المناظرة لمستوى ثقة ٩٩٪ باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

الحل

∵ مستوى الثقة هو ٩٩٪

∴ $a - ١$ = ٠,٩٩

∴ $\frac{a-١}{٢} = \frac{٠,٩٩}{٢}$ = ٠,٤٩٥

نبحث في الجدول عن قيمة ٠,٤٩٥٠ فنجدها تقع بين القيمتين ٠,٤٩٤٩ ، ٠,٤٩٥١ أي أن $ن_{\frac{a}{٢}}$

تقع بين ٢,٥٧ ، ٢,٥٨ لذا نأخذ المتوسط الحسابي للقيمتين ٢,٥٧ ، ٢,٥٨ كتقدير لقيمة $ن_{\frac{a}{٢}}$

∴ $ن_{\frac{a}{٢}} = \frac{٢,٥٨+٢,٥٧}{٢}$

$ن_{\frac{a}{٢}}$ = ٢,٥٧٥

هامش الخطأ

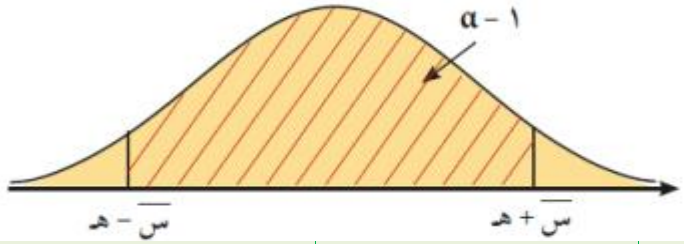
أولاً: الخطأ بالتقدير بنقطة: (هذه النقطة هي المتوسط الحسابي)

$\frac{\sigma}{\sqrt{ن}}$ حيث σ الانحراف المعياري للمجتمع، ن عدد قيم العينة (أو حجم العينة)

ثانياً: الخطأ بالتقدير بفترة:

هـ = $ن_{\frac{a}{٢}} = \frac{\sigma}{\sqrt{ن}}$ باحتمال (١ − a)، حيث a تعبر عن نسبة الخطأ في التقدير.

تكون فترة الثقة هي ($\overline{س}$ − هـ ، $\overline{س}$ + هـ)



الانحراف المعياري (σ)	حجم العينة (ن)	هامش الخطأ (هـ)	فترة الثقة ($\overline{س}$ − هـ ، $\overline{س}$ + هـ)
معلوم	ن < ٣٠ أو ن ≥ ٣٠	هـ = $ن_{\frac{a}{٢}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{ن}}$	($\overline{س}$ − $ن_{\frac{a}{٢}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{ن}}$ ، $\overline{س}$ + $ن_{\frac{a}{٢}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{ن}}$)
غير معلوم	ن < ٣٠	هـ = $ن_{\frac{a}{٢}} \times \frac{ع}{\sqrt{ن}}$	$\overline{س}$ − $ن_{\frac{a}{٢}} \times \frac{ع}{\sqrt{ن}}$ ، $\overline{س}$ + $ن_{\frac{a}{٢}} \times \frac{ع}{\sqrt{ن}}$
	ن ≥ ٣٠	هـ = $ت_{\frac{a}{٢}} \times \frac{ع}{\sqrt{ن}}$	$\overline{س}$ − $ت_{\frac{a}{٢}} \times \frac{ع}{\sqrt{ن}}$ ، $\overline{س}$ + $ت_{\frac{a}{٢}} \times \frac{ع}{\sqrt{ن}}$

Scan Me

smartstudent.live

التقدير بفترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

أولاً: إذا كان التباين للمجتمع σ² معلوم

الخطوات المتبعة لايجاد فترة الثقة للمتوسط الحسابي μ

إذا كانت σ^2 معلوم حيث ن < ٣٠ أو ن ≥ ٣٠

① نوجد القيمة الحرجة $ل_{\frac{a}{2}}$ المناظرة لمستوى ثقة ٩٥٪ وهي ١,٩٦.

② نوجد هامش الخطأ هـ = $ل_{\frac{a}{2}} = \frac{ع}{\sqrt{ن}}$

③ نوجد فترة الثقة ($\overline{س}$ − هـ ، $\overline{س}$ + هـ)

مثال (٤)

أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهن فإذا كان حجم عينة الإناث ن = ٤٠ والانحراف المعياري لمجتمع الإناث σ= ٢٥ والمتوسط الحسابي للعينة س= ٧٦,٣ باستخدام مستوى ثقة ٩٥٪.

① أوجد هامش الخطأ.

② أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي .

③ فسّر فترة الثقة.

الحل

① ∵ مستوى الثقة ٩٥٪.

∴ القيمة الحرجة لي = ١,٩٦

بما أن σ معلومة

∴ هامش الخطأ هـ = $ل_{\frac{a}{2}} = \frac{ع}{\sqrt{ن}}$

∵ ن = ٤٠ ، σ = ١٢,٥ ، $\overline{س}$ = ٧٦,٣

هـ = ١,٩٦ = $\frac{١٢,٥}{\sqrt{٤٠}}$

هـ ≈ ٣,٨٧٣٨

② فترة الثقة هي ($\overline{س}$- هـ ، $\overline{س}$ + هـ)

= (٧٦,٣ - ٣,٨٧٣٨ ، ٧٦,٣ + ٣,٨٧٣٨)

= (٧٢,٤٢٦٢ ، ٨٠,١٧٣٨)

③ عند اختيار ١٠٠ عينة عشوائية ذات الحجم نفسه (ن = ٤٠) وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن ٩٥ فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي للمجتمع μ.

حاول أن تحل ④

من المثال ④، إذا أجريت الدراسة على عينة أخرى من الإناث حجمها ١٠٠ والانحراف المعياري لمجتمع الإناث σ= ٣,٦ والمتوسط الحسابي للعينة س = ١٨,٤ باستخدام مستوى ثقة ٩٥٪.

① أوجد هامش الخطأ.

② أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ.

③ فسر فترة الثقة.

∵ مستوى الثقة هو ٩٥٪

∴ القيمة الحرجة $ل_{\frac{a}{2}}$ = ١,٩٦

بما أن σ معلوم

∴ هامش الخطأ هـ= هـ = $ل_{\frac{a}{2}} = \frac{\sigma}{\sqrt{ن}}$

∴ ن = ١٠٠، σ= ٣,٦ ، $\overline{س}$ = ١٨,٤

∴ هـ= ١,٩٦× $\frac{٣,٦}{\sqrt{١٠٠}}$

② فترة الثقة هي ($\overline{س}$ − هـ ، $\overline{س}$ + هـ)

= (١٨,٤ − ٠,٧٠٥٦ ، ١٨,٤ + ٠,٧٠٥٦)

= (١٧,٦٩٤٤ ، ١٩,١٠٥٦)

③ عند اختيار ١٠٠ عينة عشوائية ذات الحجم نفسه (ن=١٠٠) وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن ٩٥ فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي للمجتمع μ.

smartstudent.live

مثال (٥)

أجريت دراسة لعينة من ١٨ طالبًا حول متوسط عدد ساعات استخدام الألواح الذكية (TABLETS) أسبوعيا.

فإذا كان الانحراف المعياري , σ= ١،٨ والمتوسط الحسابي للعينة س = ١٥ ، باستخدام مستوى ثقة ٩٥%

① أوجد هامش الخطأ.

② أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي .

③ فسر فترة الثقة.

الحل

① ∵ مستوى الثقة ٩٥%.

∴ القيمة الحرجة لي = ١,٩٦

∵ σ معلومة

∴ هامش الخطأ هـ = $ل_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{\sigma}{\sqrt{ن}}$

∵ ن = ١٨ ، σ = ١,٨ ، $\overline{س}$ = ١٥

هـ = $\frac{١,٨}{\sqrt{١٨}}$ = ١,٩٦

هـ ≈ ٠,٨٣١٦

② فترة الثقة هي ($\overline{س}$ - هـ ، $\overline{س}$ + هـ)

= (١٥ - ٠,٨٣١٦ ، ١٥ + ٠,٨٣١٦)

= (١٤,١٦٨٤ ، ١٥,٨٣١٦)

③ عند اختيار ١٠٠ عينة عشوائية ذات الحجم نفسه (ن = ١٨) وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن ٩٥ فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي للمجتمع μ.

حاول أن تحل ⑤

أجريت دراسة لعينة من ٢٤ طالباً متوسط عدد ساعات مشاهدة التلفزيون أسبوعياً. فإذا كان الانحراف المعياري σ= ٢،٥ والمتوسط الحسابي للعينة $\overline{س}$ = ٢١ ، باستخدام مستوى ثقة ٩٥٪.

① أوجد هامش الخطأ.

② أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ.

③ فسر فترة الثقة.

الحل

∵مستوى الثقة هو ٩٥٪

∴ القيمة الحرجة $ل_{\frac{\alpha}{2}}$ = ١,٩٦

∵ σ معلوم

∴ هامش الخطأ هـ = $ل_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{\sigma}{\sqrt{ن}}$

∵ ن = ٢٤، σ= ٢,٥ ، $\overline{س}$ = ٢١

∴ هـ= $\frac{٢٥٩}{\sqrt{٢٤}}$ ×١,٩٦ هـ ≃ ١

② فترة الثقة هي ($\overline{س}$ − هـ ، $\overline{س}$ + هـ)

= (٢١- ١ ، ٢١ + ١) = (٢٠ ، ٢٢)

③ عند اختيار ٢٤ عينة عشوائية ذات الحجم نفسه (ن=٢٤) وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن ٩٥ فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي للمجتمع μ.

67696809

Scan Me
smartstudent.live