الوحدة الأولى: الأعداد الحقيقية والعمليات عليها

بند (١-١) الجذور التربيعية والأعداد غير النسبية

الجذور التربيعية

تعلم أن $(-٣)^{٢} = ٩$ ، $(٣)^{٢} = ٩$ ، وأنه يوجد جذران تربيعيان للعدد ٩ هما :

$+\sqrt{٩} = ٣$ (الجذر التربيعي الموجب) ،

$-\sqrt{٩} = ٣$ (الجذر التربيعي السالب)

ويعرف الجذر التربيعي الموجب **بالجذر التربيعي الأساسي**.

> **تذكر أن:**
> الجذر التربيعي للعدد النسبي الموجب س:
> هو العدد الذي إذا ضرب في نفسه كان الناتج س.

من خواص الجذور التربيعية

إذا كان أ ، ب عددين نسبيين موجبين فإن:

- $\sqrt{أ} \times \sqrt{ب} = \sqrt{أ \times ب}$
- $\sqrt{\frac{أ}{ب}} = \frac{\sqrt{أ}}{\sqrt{ب}}$
- $\sqrt{أ} \times \sqrt{أ} = أ$

> **تذكر أن:**
> الأعداد النسبية هي الأعداد التي يمكن كتابتها على صورة $\frac{أ}{ب}$

الأعداد غير النسبية:

هي الأعداد التي لا يمكن كتابتها على الصورة $\frac{أ}{ب}$

حيث أ ، ب عددان صحيحان، ب ≠ ٠

(نرمز لمجموعة الأعداد غير النسبية بالرمز $\bar{ن}$)

وفي ما يلي بعض الأمثلة لأعداد غير نسبية:

- $\sqrt{٥}$ ، $-\sqrt{٢}$ ، $\frac{١}{\sqrt{٧}}$ ، $\sqrt[٣]{٥}$ ، .....
- الأعداد العشرية التي أرقامها العشرية لا تنتهي ولا تتكرر مثل ٣,١٤١٥٩ ..... = π
- كسور عشرية ذات نمط في كتابتها مثل ٠,٠٢٠٢٢٠٢٢٢٠٢٢٢٢

تدرب ② ص ٢٢

ضع الأعداد التالية في مكانها المناسب في الجدول :

$\sqrt{١٥}$ ، $-\sqrt{٢}$ ، $\frac{١}{\sqrt{٦٤}}$ ، π ، $\frac{٧}{٩}$ ، $\frac{\sqrt{٤٩}}{\sqrt{٩}}$

٠,١٧- ، $٠,\overline{٣}$ ، ٠,٣٥٣٣٥٣٣٣٥ ...

عدد نسبي	عدد غير نسبي
$\frac{١}{\sqrt{٦٤}}$	$\sqrt{١٥}$
$\frac{٧}{٩}$	$-\sqrt{٢}$
٠,١٧-	π
$٠,\overline{٣}$	٠,٣٥٣٣٥٣٣٣٥ ...

تدرب (٣) : ص٢٢

أوجد ناتج كل مما يلي موظفا خواص الجذور التربيعية:

أ) $\sqrt{٥} \times \sqrt{٥} = ٥$

ب) $\sqrt{٤٩} \times \sqrt{٤٩} = \sqrt{٤٩ \times ٩} = ٣ \times ٧ = ٢١$

ج) $\sqrt{\frac{٢٥}{٦٤}} = \frac{\sqrt{٢٥}}{\sqrt{٦٤}} = \frac{٥}{٨}$

د) $\sqrt{٢} \times \sqrt{٨} = \sqrt{٨ \times ٢} = \sqrt{١٦} = ٤$

هـ) $\sqrt{\frac{٢٤}{٦}} = \sqrt{٤} = ٢$

و) $-\sqrt{٠,٨١} = -\sqrt{\frac{٨١}{١٠٠}} = -\frac{\sqrt{٨١}}{\sqrt{١٠٠}} = -\frac{٩}{١٠} = -٠,٩$

ز) $\sqrt{٣٦٠٠} = \sqrt{١٠٠ \times ٣٦} = \sqrt{١٠٠} \times \sqrt{٣٦} = ١٠ \times ٦ = ٦٠$

ح) $٢\sqrt{٣} \times \sqrt{٣} = ٢ \times ٣ = ٦$

تمرن : ص٢٣ ① حدد ما إذا كان كل عدد مما يلي عددا نسبيا أم غير نسبي:

أ) $\sqrt{٢٥}$ عدد نسبي	ب) $\sqrt{٢٠}$ عدد غير نسبي	ج) $١,\overline{٢٧}$ عدد نسبي	د) $-٠,٧٧$ نسبي
هـ) $\frac{٨}{٣}$ عدد نسبي	و) $\sqrt{\frac{٩}{١٦}}$ عدد نسبي	ز) π عدد غير نسبي	ح) $٠,١٣١٣٣١٣٣٣ \ldots$ عدد غير نسبي

② قدر كلا مما ثم تحقق من صحة تقديرك باستخدام الآلة الحاسبة:

أ) $\sqrt{٣٥}$

$٢٥ < ٣٥ < ٣٦$

$\sqrt{٢٥} < \sqrt{٣٥} < \sqrt{٣٦}$

$٥ < \sqrt{٣٥} < ٦$

∵ ٣٥ أقرب إلى العدد ٣٦

∴ $\sqrt{٣٥} \approx ٥,٩$

ب) $\sqrt{٦٨}$

$٦٤ < ٦٨ < ٨١$

$\sqrt{٦٤} < \sqrt{٦٨} < \sqrt{٨١}$

$٨ < \sqrt{٦٨} < ٩$

∵ ٦٨ أقرب إلى العدد ٦٤

∴ $\sqrt{٦٨} \approx ٨,٢$

③ أوجد ناتج كل مما يلي موظفا خواص الجذور التربيعية:

أ) $-\sqrt{\frac{١}{٨١}} = -\frac{\sqrt{١}}{\sqrt{٨١}} = -\frac{١}{٩}$

ب) $\sqrt{١١} \times \sqrt{١١} = ١١$

ج) $\sqrt{٤٩ \times ٤} = \sqrt{٤٩} \times \sqrt{٤} = ٧ \times ٢ = ١٤$

د) $\sqrt{٢} \times \sqrt{١٨} = \sqrt{١٨ \times ٢} = \sqrt{٣٦} = ٦$

هـ) $\sqrt{\frac{٢٧}{٣}} = \frac{\sqrt{٢٧}}{\sqrt{٣}} = \sqrt{٩} = ٣$

و) $\sqrt{٢٥٠٠} = \sqrt{١٠٠ \times ٢٥} = ١٠ \times ٥ = ٥٠$

ز) $\sqrt{٠,٦٤} = \sqrt{\frac{٦٤}{١٠٠}} = \frac{٨}{١٠} = ٠,٨$

ح) $\sqrt{٥٧٣} \times \sqrt{٥٧٢} = ٦ \times ٥ = ٣٠$

④ قاعة عرض في أحد المعارض أرضيتها مربعة الشكل مقسمة إلى أربعة أجزاء متطابقة، وكانت مساحة الجزء الواحد ٤٠٠م٢ . ما طول ضلع أرضية القاعة ؟

الحل

مساحة القاعة = ٤٠٠ × ٤ = ١٦٠٠ م٢

طول ضلع أرضية القاعة = $\sqrt{\text{المساحة}}$

طول ضلع أرضية القاعة = $\sqrt{١٦٠٠}$ = ٤٠ م

بند (١ – ٢) الأعداد الحقيقية (مقارنة - ترتيب)

اتحاد مجموعة الأعداد النسبية (ن) ومجموعة الأعداد غير النسبية ($\overline{ن}$) يشكل مجموعة تسمى مجموعة الأعداد الحقيقية (ح).

أي أن : ن ∪ $\overline{ن}$ = ح

مثال: قارن بين العددين : π ، $٣,\overline{١٤}$

الحل

$٣,\overline{١٤} = ٣,١٤١٤١٤ \ldots$

$\pi \approx ٣,١٤١٥٩$

∴ $\pi > ٣,\overline{١٤}$

Scan Me
smartstudent.live

تدرب (١) : ص٢٥ قارن بين العددين:

أ) $\frac{٣}{٥}$ ، ٠,٦

الحل

$٠,٦ = \frac{٦}{١٠} = \frac{٣}{٥}$

$\therefore ٠,٦ > \frac{٣}{٥}$

ب) $\frac{١}{٢}$ ، ٠,٦

الحل

$\frac{١}{٢} = \frac{٥}{١٠} = ٠,٥٠٠$

$\therefore ٠,٦ > \frac{١}{٢}$

تدرب (٣) : ص٢٥

أ) رتب تصاعديا الأعداد التالية:

٢π ، $\sqrt{٢٧}$ ، $٦,\overline{٥}$

الحل

$٢\pi \approx ٦,٢٨٣$

$\sqrt{٢٧} \approx ٥,٢$

$٦,\overline{٥} \approx ٦,٥٥٥$

الترتيب التصاعدي :

$٦,\overline{٥}$ ، ٢π ، $\sqrt{٢٧}$

ب) رتب تنازليا الأعداد التالية:

$٣\frac{١}{٨}$ ، $-٣,\overline{١٣}$ ، $-\pi$ ، $\sqrt{٨}$

الحل

$٣\frac{١}{٨} = ٣,١٢٥$

$-٣,\overline{١٣} \approx -٣,١٣١٣$

$-\pi \approx -٣,١٤١٥$

$\sqrt{٨} \approx ٢,٨$

الترتيب التنازلي :

$٣\frac{١}{٨}$ ، $\sqrt{٨}$ ، $-٣,\overline{١٣}$ ، $-\pi$

تمرن ① ص٢٩ ① قارن بين العددين في كل مما يلي:

أ) $\frac{١}{٣}$ ، $٠,\overline{٣}$

$٠,\overline{٣} = \frac{٣}{٩} = \frac{١}{٣}$

$\therefore ٠,\overline{٣} = \frac{١}{٣}$

ب) $-\pi٢$ ، $-٦,٢$

$-\pi٢ \approx -٦,٢٨٣$

$\therefore -\pi٢ < -٦,٢$

ج) $٠,٢\overline{٥}$ ، $\frac{١}{٤}$

$٠,٢\overline{٥} \approx ٠,٢٥٥$

$\frac{١}{٤} = ٠,٢٥٠$

$\therefore ٠,٢\overline{٥} < \frac{١}{٤}$

د) $١\frac{٢}{٥}$ ، $\sqrt{٥}$

$١\frac{٢}{٥} = ١,٤$

$\sqrt{٥} \approx ٢,٢$

$\therefore ١\frac{٢}{٥} < \sqrt{٥}$

② رتب تصاعديا الأعداد التالية:

$\frac{٣}{٥}$ ، $٠,\overline{٦}$ ، $\frac{١}{٦}$

الحل

$\frac{٣}{٥} = \frac{١}{٦} = ٠,٦$ ، $٠,\overline{٦} \approx ٠,٦٦$ ، $\frac{١}{٢} \approx ٠,٥$

الترتيب التصاعدي = $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٥}$ ، $٠,\overline{٦}$

تدرب ② ص ٢٥

رتب تصاعديا الأعداد التالية : π ، $\sqrt{١٧}$ ، $٣\frac{٥}{٨}$

$\pi \approx ٣,١٤١٥$

$\sqrt{١٧} \approx ٤,١$

$٣\frac{٥}{٨} = ٣,٦٢٥$

$\therefore$ الترتيب التصاعدي : π ، $٣\frac{٥}{٨}$ ، $\sqrt{١٧}$

تمرن ② ص٢٩

رتب تنازليا الأعداد التالية:

$٣\frac{٣}{٨}$ ، $-٣,\overline{٣٧}$ ، $\sqrt{١٥}$

الحل

$٣\frac{٣}{٨} = ٣,٣٧٥$ ، $\sqrt{١٥} \approx ٣,٨$

الترتيب التنازلي: $\sqrt{١٥}$ ، $٣\frac{٣}{٨}$ ، $-٣,\overline{٣٧}$

الفترات

الفترة: هي مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية ويوجد نوعان من الفترات:
فترات محدودة وفترات غير محدودة.

أولا: الفترات المحدودة

يوضح الجدول التالي أنواع الفترات المحدودة: ليكن أ ، ب عددين حقيقيين.

رمز الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني	التعبير اللفظي
[أ ، ب]	مغلقة	أ ≤ س ≤ ب		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي أ والأصغر من أو تساوي ب
(أ ، ب)	مفتوحة	أ < س < ب		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أ والأصغر من ب
[أ ، ب)	نصف مغلقة أو نصف مفتوحة	أ ≤ س < ب		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي أ والأصغر من ب
(أ ، ب]	نصف مفتوحة أو نصف مغلقة	أ < س ≤ ب		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أ والأصغر من أو تساوي ب

تدرب ④: ص ٢٧ أكمل الجدول التالي:

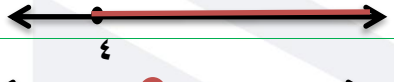
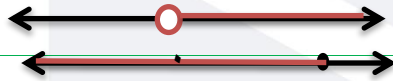
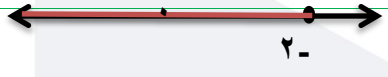
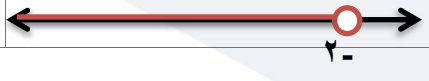
رمز الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني	التعبير اللفظي
[١ ، ٣]	مغلقة	١ ≤ س ≤ ٣		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي ١ والأصغر من أو تساوي ٣
(-١ ، ٤)	مفتوحة	-١ < س < ٤		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من -١ والأصغر من ٤
[-٤ ، ٠)	نصف مغلقة أو نصف مفتوحة	-٤ ≤ س < ٠		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي -٤ والأصغر من ٠
(-٥ ، -٢]	نصف مفتوحة أو نصف مغلقة	-٥ < س ≤ -٢		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من -٥ والأصغر من أو تساوي -٢

ثانيا: الفترات غير المحدودة:

يوضح الجدول التالي أنواع الفترات غير المحدودة: ليكن أ ، ب عددين حقيقيين.

رمز الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني	التعبير اللفظي
$[أ ، \infty)$	نصف مغلقة وغير محدودة من أعلى	$س \geq أ$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي أ
$(أ ، \infty)$	مفتوحة وغير محدودة من أعلى	$س > أ$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أ
$[ب ، -\infty)$	نصف مغلقة وغير محدودة من أسفل	$س \leq ب$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من أو تساوي ب
$(ب ، -\infty)$	مفتوحة وغير محدودة من أسفل	$س < ب$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من ب

تدرب ⑤ ص ٢٨ أكمل الجدول التالي:

رمز الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني	التعبير اللفظي
$[٤ ، \infty)$	نصف مغلقة وغير محدودة من أعلى	$س \geq ٤$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي ٤
$(٠ ، \infty)$	مفتوحة وغير محدودة من أعلى	$س > ٠$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من صفر
$[٢- ، -\infty)$	نصف مغلقة وغير محدودة من أسفل	$س \geq -٢$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من أو تساوي ٢-
$(٢- ، -\infty)$	مفتوحة وغير محدودة من أسفل	$س < -٢$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من ٢-

③ اكتب الفترة التي تمثل الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي ١ والأصغر من ٦

الحل $[١ ، ٦)$

ب اكتب الفترة التي تمثل الأعداد الحقيقية الأكبر من ١ والأصغر من أو تساوي ٦

الحل $(١ ، ٦]$

ج اكتب الفترة التي تمثل الأعداد الحقيقية الأكبر من ٤-

الحل $(-٤ ، \infty)$

د اكتب الفترة التي تمثل الأعداد الحقيقية الأصغر من أو تساوي ٤-

الحل $(-\infty ، -٤]$

Scan Me
smartstudent.live